



UMA CONTA QUE NÃO FECHA: DIFICULDADES MATEMÁTICAS NA ESCOLA

Marcos do Carmo Oliveira¹

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor um quadro teórico de natureza evolutiva que nos permita analisar e compreender as dificuldades que surgem no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Para isso, começaremos analisando como se desenvolve o pensamento matemático das crianças, pois assumimos que as dificuldades de aprendizagem surgem nesse processo evolutivo. Posteriormente, analisaremos algumas das dificuldades, focando a nossa atenção nas dificuldades relacionadas com o cálculo e resolução de problemas.

Palavras-chave: Matemática; Solução de problemas; Conhecimento.

ABSTRACT

The objective of this work is to propose a theoretical framework of an evolutionary nature that allows us to analyze and understand the difficulties that arise in the process of teaching and learning mathematics. For this, we will begin by analyzing how children's mathematical thinking develops, since we assume that learning difficulties arise in this evolutionary process. Later, we will analyze some of the difficulties, focusing our attention on the difficulties related to the calculation and resolution of problems.

Keywords: Mathematics; Troubleshooting; Knowledge.

INTRODUÇÃO

A aprendizagem da matemática supõe, juntamente com a leitura e a escrita, uma das aprendizagens fundamentais do ensino básico, dada a natureza instrumental destes conteúdos. Assim, compreender as dificuldades na aprendizagem da matemática tornou-se uma preocupação manifesta de boa parte dos profissionais que se dedicam ao mundo da educação, sobretudo se considerarmos a elevada percentagem de insucesso nestes conteúdos apresentada pelos alunos que concluem a escolaridade obrigatória. A isto devemos acrescentar que a sociedade atual, cada vez mais desenvolvida tecnologicamente, exige insistentemente elevados níveis de competência na área da matemática.

¹ Graduado em Matemática Pós-graduação em Matemática plena. Licenciado em gestão administrativa. Mestre em Ciências da Educação pela Uninter



Neste contexto, o objetivo destas páginas é propor um quadro para analisar e compreender as dificuldades na aprendizagem da matemática, para que, a partir desta análise, possamos imaginar a resposta educativa que podemos oferecer aos alunos que apresentam estas dificuldades. Para isso, primeiro é necessário delimitar o que vamos entender por dificuldades na aprendizagem da matemática, pois os conteúdos da matemática podem ser muito diversos.

Assim, podem surgir dificuldades em conteúdos como geometria, probabilidade, medição, álgebra ou aritmética. Mas muitos de nós concordamos que é na aritmética que os alunos encontram mais dificuldades, já que são os conteúdos que eles enfrentam em primeiro lugar, Além de possivelmente ser a base sobre a qual se baseiam os demais conteúdos. Portanto, nas próximas páginas vamos focar no aprendizado da aritmética e suas dificuldades.

No entanto, muitos podem estar pensando que, ao reduzir os conteúdos da matemática à aritmética, nosso interesse estará direcionado fundamentalmente para os números e as operações básicas, já que esses são os aspectos sobre os quais tradicionalmente tem girado o ensino da aritmética. Isso é parcialmente verdade.

Como já dissemos em várias ocasiões os números e especialmente as operações fazem sentido quando aprendidos no contexto da resolução de situações-problema. Dito de outra forma, as operações básicas devem estar a serviço da resolução de problemas e não vice-versa, pois o ensino da aritmética geralmente tem se concentrado em usar os problemas como mero exercício de operações; ou seja, o aluno aprendeu a somar e resolveu inúmeros problemas de adição para praticar a operação até que ela fosse automatizada.

A nossa intenção é inverter esta abordagem e considerar a resolução de problemas como um eixo fundamental para o processo de ensino/aprendizagem da aritmética, sem descuidar as operações, mas entendendo-as como mais uma componente da resolução de problemas.

Desta forma, nestas páginas vamos apresentar as dificuldades que os alunos podem encontrar nestes conteúdos. Para isso, faremos uma análise da aritmética, especificamente do seu processo de desenvolvimento, de forma a, a partir dessa análise, interpretar algumas das dificuldades que podem surgir nesse processo.



O DESENVOLVIMENTO DA ARITMÉTICA

Falar sobre o desenvolvimento da aritmética em particular ou sobre o desenvolvimento do pensamento matemático em geral significa mencionar, ainda que brevemente, as abordagens piagetianas dessa questão. Para Piaget, o conhecimento matemático se desenvolve como consequência da evolução de estruturas mais gerais, de forma que a construção do número é correlata ao desenvolvimento do pensamento lógico. As crianças antes dos seis ou sete anos de idade são incapazes de compreender números e aritmética porque lhes falta o raciocínio lógico e os conceitos necessários. E embora aprendam a recitar a série de números desde muito jovens, para a psicóloga genebrina seriam atos totalmente verbais e sem sentido.

A partir dessa abordagem, a compreensão do número está relacionada ao surgimento da etapa operacional onde aparecem os requisitos lógicos do número. Antes, eles não pensam de forma operacional, pois quando terminam de executar uma ação não conseguem se lembrar de como ela era antes. Em termos piagetianos, eles não alcançaram a reversibilidade, pois não podem desfazer mentalmente suas ações.

Nesse sentido, seu pensamento é dominado por dados perceptivos, como demonstram seus famosos trabalhos sobre conservação e classificação. Em um experimento típico de conservação, por exemplo, a criança recebe duas fileiras de fichas, uma com fichas azuis e outra com fichas vermelhas, em correspondência um-para-um, e então as cartas de uma das fileiras são separadas diante dos olhos da criança. As crianças em pré-operatório não consideram mais as duas fileiras com o mesmo número de ladrilhos. Isso ocorre porque quando as cartas são separadas, a criança não consegue imaginá-las em sua posição original, sendo guiada ao fazer julgamentos por variáveis perceptivas.

Por outro lado, em experimentos de classificação, por exemplo, é mostrado um conjunto com duas bolas de madeira vermelhas e sete azuis. As crianças conseguem perceber que são todas de madeira e que há mais bolas azuis do que vermelhas. No entanto, quando confrontadas com a pergunta "o que é mais: bolas azuis ou bolas de madeira?", as crianças no pré-operatório dizem que há mais bolas azuis, pois o domínio perceptivo do número de bolas azuis



interfere na consideração de que todas são feitas de madeira; parece incapaz de comparar um subconjunto com seu próprio superconjunto.

É justamente no estágio das operações concretas que essa dependência de variáveis perceptivas ou essa incapacidade de pensar reversivelmente desaparece. Nesta fase aparece a aquisição do pensamento lógico, compreensão das classes, relações e correspondências um-para-um. Em suma, um verdadeiro conceito de número e uma maneira significativa de contar. Desse ponto de vista, o desenvolvimento do número é para Piaget uma questão de "tudo ou nada", pois, enquanto não tiver os conceitos lógicos, a criança será incapaz de compreender o número e a aritmética.

Nesse contexto, é fácil entender que o ensino de número é inútil, pois é necessário primeiro desenvolver os requisitos lógicos. No entanto, estão surgindo cada vez mais autores que discordam dessa abordagem para o desenvolvimento de números e que pensam que as crianças podem aprender muito sobre contagem, número e aritmética antes de poderem conservar.

Seguindo o influente trabalho de Gelman e Gallistel sobre o desenvolvimento inicial da contagem, começou-se a mostrar que, ao contrário do que pensava Piaget, a contagem desempenha um papel importante no desenvolvimento das noções iniciais de número e aritmética, e que as crianças pré-escolares apresentam surpreendentes competência cognitiva neste campo.

No entanto, é provável que o primeiro conhecimento dos números se origine, como algumas pesquisas mostraram, antes que as crianças tenham acesso à contagem verbal transmitida culturalmente ou a qualquer outra influência social. Ou o que é o mesmo, que pode haver uma origem inata do número, semelhante a muitas habilidades perceptivas.

Como podemos imaginar a existência dessas predisposições inatas que tornam as crianças numericamente competentes desde o nascimento? Há uma série de investigações realizadas com bebês e crianças pré-verbais que demonstram sua capacidade de representar e raciocinar sobre os números. Alguns desses trabalhos utilizaram o paradigma de habituação e desabituação, que consiste em apresentar repetidamente aos bebês a mesma estimulação até que eles se acostumem, mostrando menos interesse. Em seguida, um novo estímulo é apresentado a eles e, se eles voltarem a se interessar, podemos dizer que perceberam a diferença entre um estímulo e outro. Essa percepção (ou



compreensão) geralmente é medida a partir da amplitude da sucção ou da duração do olhar.

A partir deste paradigma verificou-se que os bebês prestam atenção às imagens com objetos (pontos ou figuras de diferentes formas) aos quais estavam acostumados quando estes foram modificados numericamente e não quando outras variáveis como comprimento, densidade, tamanho, cor foram modificados, ou posição dos itens. Dessa forma, os bebês perdem o hábito quando ocorrem mudanças no número de séries, o que implica no descarte de outras características perceptivas que possam ser interessantes para eles.

Da mesma forma, verificou-se que os bebês podem detectar correspondências numéricas entre conjuntos apresentados em diferentes modalidades sensoriais, como visual e auditiva. Neste caso, são apresentadas ao bebê duas fotografias, uma com dois elementos e outra com três elementos, e simultaneamente é apresentada uma sequência de dois ou três sons, verificando-se que os bebês focam preferencialmente a fotografia cujo número de elementos coincide com o número de sons. Dessa forma, os bebês podem realizar correspondências intermodais com base na numerosidade das apresentações.

A partir dessas investigações podemos argumentar, então, que os bebês são capazes de processar dados numéricos mais cedo e de maneira mais complexa do que se pensava anteriormente. No entanto, e embora estas primeiras noções de número sejam importantes, é a partir dos três anos de idade que as crianças começam a desenvolver os seus primeiros conhecimentos quantitativos. Neste desenvolvimento há dois elementos que desempenham um papel importante, a contagem verbal e os esquemas protoquantitativos. Concretamente, vamos ver como, a partir da integração destes dois aspectos, os alunos conseguem enfrentar a resolução informal das primeiras situações problemáticas.

SITUAÇÕES PROBLEMÁTICAS

A análise do tipo de situações problemáticas existentes na vida real tem sido foco de inúmeras investigações nos últimos anos. Diferentes abordagens têm sido utilizadas para classificar essas situações, principalmente quando se refletem em um problema de palavras, como o número de palavras na frase ou o nível de vocabulário, entre outras variáveis superficiais. Mas a variável



considerada mais relevante tem sido a estrutura semântica subjacente à situação problemática. Isso deu origem à distinção de diferentes tipos básicos de situações de adição e subtração, bem como de multiplicação e divisão. Neste trabalho vamos focar apenas em situações com estrutura aditiva.

As situações de mudança, tanto adicionando como subtraindo, partem de uma quantidade à qual algo é adicionado ou subtraído para resultar em uma quantidade maior ou menor. Nesse sentido, essas situações são consideradas representativas de operações unitárias. As situações de combinação e comparação, por sua vez, são operações binárias, pois partem de duas quantidades que se combinam ou comparam para produzir uma terceira.

Outra distinção que pode ser aplicada a essas diferentes situações é a possibilidade de representarem uma ação, como nos problemas de mudança, ou melhor, representarem situações estáticas, como nos casos de problemas de combinação ou comparação. Isso levou, como alguns autores apontam, a algumas classificações, incluindo a distinção ativo/estático dentro da distinção unitário/binário. No entanto, podemos encontrar situações com operações binárias que representam uma ação, dando origem a uma nova categoria de problemas, como os problemas de correspondência.

Portanto, temos quatro tipos de situações que representariam problemas de adição e subtração; em dois deles há uma referência explícita a uma ação (mudança e equalização), enquanto nos outros dois é estabelecida uma relação estática entre as quantidades dadas no problema (combinação e comparação).

Os problemas dentro de cada uma dessas categorias refletem o mesmo tipo de ações ou relacionamentos, mas como os problemas envolvem três quantidades, uma das quais é a incógnita, em cada categoria podemos identificar diferentes tipos de problemas dependendo de qual quantidade é desconhecida.

Assim, em problemas de mudança onde ocorre uma mudança em uma quantidade inicial para dar um resultado, a quantidade desconhecida pode ser o resultado, a mudança ou a quantidade inicial. Como a alteração pode ser adição ou remoção, encontraríamos seis tipos de problemas nesta categoria.

Da mesma forma, em problemas de comparação, a quantidade desconhecida pode ser o conjunto de referência, o da comparação ou diferença, e como o conjunto de referência pode ser o maior ou o menor, encontraríamos também seis tipos de problemas de comparação. Algo semelhante acontece com os de



equalização. E em situações de combinação podemos ignorar uma parte, outra parte ou o todo; mas neste último caso, como não há diferença conceitual entre cada uma das partes, costuma-se considerar apenas dois tipos de situações de combinação: pedir o todo ou pedir uma das partes.

É importante ter em conta que as situações de adição e subtração devem ser diferenciadas das operações de adição e subtração que se realizam para encontrar a resposta ou a incógnita. Em alguns casos podem coincidir, como nas chamadas situações canônicas ou consistentes, onde a situação de adição (ou subtração) se resolve com uma operação de adição (ou subtração); É o caso, por exemplo, de situações de alteração com conjunto de resultados desconhecido. Mas em outros casos essa correspondência não existe; são problemas inconsistentes, nos quais a situação de adição (ou subtração) requer subtração (ou adição) para encontrar a resposta, como situações de mudança que pedem a quantidade inicial.

Evidentemente, as crianças podem enfrentar diferentes situações-problema que correspondem aos diferentes tipos de problemas que se resolvem com as operações básicas de adição e subtração. De qualquer forma, realizar uma operação não é a única maneira que as crianças têm para resolver situações problemáticas. A princípio, eles podem modelar a situação com objetos ou com os dedos para chegar à solução.

DIFICULDADES EM ARITMÉTICA

Uma vez que os conteúdos de aritmética foram analisados do ponto de vista do processo de desenvolvimento que as crianças seguem, nesta seção vamos analisar algumas das dificuldades que podem surgir neste processo. Antes, porém, gostaríamos de levantar uma fonte de dificuldades que não costuma ser mencionada, possivelmente por ser tão inespecífica. Estamos nos referindo à desconexão que muitas vezes existe no ensino da aritmética entre os conhecimentos informais que as crianças desenvolvem espontaneamente e os conhecimentos mais formais que aprendem em sala de aula.

Como tivemos oportunidade de constatar ao longo destas páginas, as crianças desenvolvem, antes do ensino formal da aritmética, um vasto leque de conhecimentos informais relacionados com o número, o domínio de



combinações numéricas básicas, a resolução de situações problemáticas ou incluindo o domínio de algoritmos e valor de lugar.

No entanto, as crianças tendem a perceber a aritmética formal como desconectada de seu conhecimento informal. Ou seja, eles têm dificuldade em relacionar os símbolos e regras que aprendem mais ou menos de cor com seus conhecimentos matemáticos. Muitas crianças veem a matemática como arbitrária, como um jogo com símbolos separados da vida real e como um sistema rígido de regras ditadas externamente, governadas por padrões de velocidade e precisão. E isso é mais premente à medida que avançam nos níveis educacionais, o que faz com que a visão da matemática que os alunos têm gradualmente mude do entusiasmo para a apreensão, da confiança para o medo.

Ademais, e apesar de poder ser assim, também podemos identificar outros aspectos que provocam dificuldades de aprendizagem. Especificamente, vamos nos concentrar em dois. Uma delas, de caráter mais específico, diz respeito às dificuldades que certos alunos encontram em dominar as combinações numéricas básicas, ou seja, no cálculo. A outra, mais genérica, concentra-se na resolução de problemas que, como argumentamos, é a espinha dorsal da aritmética. No entanto, não devemos esquecer que o cálculo é mais um componente da resolução de problemas; fazemos a distinção por razões meramente didáticas.

DIFICULDADES EM APRENDER CÁLCULO

Quando falamos de dificuldades de cálculo, referimo-nos a um grupo não muito alargado de alunos que apresentam défices específicos no domínio de combinações numéricas básicas (ex. $7 + 9 = ?$). Mais especificamente, diferentes trabalhos descreveram dois déficits funcionais básicos: recuperação processual e recuperação de fatos.

Assim, eles tendem a apresentar procedimentos aritméticos evolutivamente imaturos (estratégias de resolução de operações) e uma alta frequência de erros processuais computacionais. Além disso, eles têm dificuldades em representar e recuperar fatos aritméticos da memória semântica de longo prazo.

O trabalho de Geary é uma boa amostra do que queremos dizer. Este autor comparou um grupo de crianças do primeiro ano (com dificuldades e sem



dificuldades) na utilização de estratégias e tempos de execução na resolução de problemas de adição simples (pares de números de 2 a 9, por exemplo 3 + 4).

Os resultados mostram que todas as crianças usaram as mesmas estratégias (recuperação de memória, contagem verbal ou contagem digital), mas diferiram na habilidade e velocidade de execução das estratégias. Assim, as crianças com dificuldades apresentaram erros frequentes na contagem verbal, uso frequente de estratégias de contagem menos maduras (por exemplo, contar tudo), uma alta proporção de erros de recuperação de memória e tempos de resposta de recuperação altamente variáveis e não sistemáticos.

Ainda mais interessantes são os resultados obtidos dez meses depois em um estudo de acompanhamento. Enquanto as crianças sem dificuldades apresentaram maior confiança na recuperação dos eventos da memória e aumento na velocidade de execução das estratégias, o grupo de crianças com dificuldades não apresentou muita mudança na escolha das estratégias.

Assim, e embora se tenha abandonado o procedimento de contagem "contar tudo" a favor do "contar a partir do primeiro", a velocidade de contagem era ainda mais lenta do que nos alunos sem dificuldades. Além disso, não houve alteração na quantidade de fatos que puderam ser recuperados da memória, nem no tempo de execução da recuperação.

Descobrimos que crianças com dificuldades cometem mais erros e usam estratégias menos avançadas do que crianças sem dificuldades. Além disso, à medida que avançamos nos níveis educacionais, encontramos uma tendência evolutiva em ambos os grupos.

Crianças sem dificuldades apresentam uma tendência prototípica de usar estratégias mais desenvolvidas (maior taxa de recuperação de fatos) e de forma mais eficaz. As crianças com dificuldades, apesar de apresentarem uma tendência evolutiva na utilização de estratégias, traduzem-se numa maior utilização de *recovery*, a eficácia contrasta com a apresentada no grupo sem dificuldades. Concretamente, nos níveis mais baixos encontramos uma representação anômala dos acontecimentos na memória, e nos níveis mais elevados (fundamentalmente o sexto ano), apesar de poder haver alguma representação, o acesso à mesma não é totalmente automatizado, como acontece com os alunos sem dificuldades.



Conseqüentemente, os resultados desses estudos não apenas sustentam que os déficits de alunos com dificuldades matemáticas são de dois tipos: recuperação processual e de fatos, mas também que as habilidades processuais desses alunos podem se aproximar das de crianças sem dificuldades (podem apresentar atraso no desenvolvimento), enquanto as habilidades de recuperação de fatos não (impõem uma diferença de desenvolvimento).

Nesse contexto, podemos argumentar, então, que os mecanismos que podem contribuir para déficits processuais e de recuperação nessas crianças podem ser diferentes. Assim, estratégias menos maduras e erros de procedimento apresentados por crianças com dificuldades matemáticas estão relacionados ao desenvolvimento do conhecimento conceitual de contagem, principalmente se considerarmos a sequência evolutiva delineada nas páginas atrás.

Por outro lado, as dificuldades na recuperação dos fatos estão relacionadas ao decaimento da informação na memória de trabalho aliada à lentidão na execução das estratégias de contagem bem como à alta frequência de erros computacionais, de forma que, com uma velocidade de contagem lenta, há uma maior probabilidade de deterioração da informação na memória de trabalho, o que implica não desenvolver representações na memória. Somado a isso, erros computacionais levam a associações incorretas na memória, o que pode levar a erros de recuperação.

Em resumo, nas dificuldades de cálculo, dois déficits funcionais diferentes são sugeridos, procedimento e recuperação de fatos da memória. Dificuldades processuais parecem estar relacionadas ao conhecimento imaturo da contagem e é provável que em relação a crianças sem problemas essas dificuldades sejam consideradas em alguns casos um atraso no desenvolvimento. Déficits relacionados à recuperação de fatos, no entanto, parecem persistir ao longo do desenvolvimento e provavelmente estão relacionados à velocidade e erros na execução de estratégias computacionais, bem como à disponibilidade de recursos de memória de trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início do documento, afirmamos a necessidade de ter um enquadramento teórico que nos permitisse compreender as dificuldades que os alunos



apresentam na aritmética, um dos conteúdos fundamentais da matemática e uma das principais fontes de insucesso nesta área. Levantamos o enquadramento em questão do ponto de vista do desenvolvimento que os conteúdos seguem, uma vez que as dificuldades só podem ser interpretadas se situarmos os alunos em momentos específicos deste processo evolutivo. Por isso, dedicamos uma parte importante do capítulo à análise desse processo.

A distinção entre aritmética informal e formal é importante porque permite analisar como uma parte significativa das dificuldades é produzida pela desconexão que existe no mundo educacional entre esses dois tipos de conhecimento. E embora algumas dificuldades tenham a ver com os processos mais básicos envolvidos na aritmética, o que entendemos por dificuldades mais específicas (domínio de combinações numéricas básicas), a verdade é que estas representam uma percentagem muito pequena do insucesso dos alunos em aritmética.

Se analisarmos a aritmética como um todo e considerarmos a resolução de problemas como a espinha dorsal, as dificuldades aparecem quando o processo de ensino e aprendizagem é considerado algo mecânico e pouco significativo. Se entendermos a resolução de problemas como a simples aplicação de operações para chegar a um resultado, e não considerarmos as estratégias envolvidas nesse processo ou o conhecimento conceitual necessário para a resolução, o fracasso está servido.

É necessário considerar a resolução como um processo complexo que requer certas estratégias e conhecimentos que são desenvolvidos e se tornam cada vez mais complexos. Embora o acesso a esse conhecimento dependa de certa forma do nível representacional em que nos situamos. Não surpreendentemente, as representações manipulativas partem do conhecimento informal que as crianças possuem, então este deve ser o ponto de partida.

Agindo assim não significa que as dificuldades desapareçam. Estamos apenas pensando em um processo de ensino e aprendizagem significativos às necessidades de cada aluno com base em seus conhecimentos e possibilidades.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GELMAN, R.; GALLISTEL, C. R. **The child's understanding of number**. Cambridge:Harvard University Press; 1978.

GEARY, D. C., BROWN, S. C.; SAMARANAYAKE, V. A. Cognitive addition: a short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. **Dev Psychol** 1991;27:787-97

GEARY, D. C, HOARD, M. K.; HAMSON, C. O. Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. **J Exp Child Psychol** 1999;74:213-39.